

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	9
2	Ein bißchen Statistik	13
2.1	Verteilungen	14
2.1.1	Momente	14
2.1.2	Beispiele für Verteilungen	14
2.1.3	Zentraler Grenzwertsatz	19
2.1.4	Schätzen von Parametern von Verteilungen	19
2.2	Hypothesen Tests	20
2.2.1	Parametrische Tests	20
2.2.2	Nichtparametrische Tests	27
3	Grundlegende Begriffe	31
3.1	Ergodizität	31
3.2	Stationarität	32
3.3	Mixing properties	33
4	Exemplarische Prozesse und Datensätze	35
4.1	Deterministische Systeme	35
4.1.1	Van der Pol Oscillator	35
4.1.2	Rössler System	36
4.1.3	Integration deterministischer Systeme	36
4.2	Stochastische Systeme	37
4.2.1	Weißes Rauschen	38
4.2.2	Autoregressive Prozesse	38
4.2.2.1	AR[1] Prozess	38
4.2.2.2	AR[2] Prozess	40
4.2.2.3	Partielle ACF	41

4.2.2.4	Moving average (MA[q]) Prozesse	42
4.2.2.5	ARMA-Prozesse	43
4.2.2.6	Invertierung von AR Prozessen	43
4.2.3	Stochastischer van der Pol Oscillator	44
4.2.3.1	Kleiner Exkurs: Stochastische Integrale	44
4.3	Exemplarische Datensätze	46
4.3.1	Sunspots	46
4.3.2	Canadische Luchse	46
4.3.3	Southern Oscillation Index	46
5	Spektralanalyse	49
5.1	Autospektrum	49
5.1.1	Theorie im Unendlichen	49
5.1.1.1	Spektrum von weißem Rauschen	51
5.1.1.2	Spektren von AR[p] Prozessen	51
5.1.1.3	Spektrum Moving Average Prozeß	53
5.1.1.4	Diskret vs. Kontinuierlich Part I	54
5.1.1.5	Cramér Darstellung	55
5.1.1.6	Wiener-Khinchin Theorem	58
5.1.1.7	Zerfallsverhalten von Spektren	58
5.1.1.8	Fractional Brownian Motion	61
5.1.2	Schätzung im Endlichen	67
5.1.2.1	Nyquist Frequenz	67
5.1.2.2	Zeitkontinuierliche vs. zeitdiskrete Prozesse	67
5.1.2.3	Wachstumsverhalten harmonischer peaks	68
5.1.2.4	Spektralschätzer	69
5.1.2.5	Alternative Spektralschätzer:	71
5.1.2.6	Vertrauensintervalle fürs Spektrum	77
5.1.2.7	Lomb Spektrum	77
5.1.2.8	Test auf white noise	78
5.1.2.9	Test auf harmonische Komponenten	79
5.1.2.10	Konfidenzintervall für die Peakfrequenz	80
5.1.2.11	Test auf Gleichheit zweier Peakfrequenzen	83
5.1.2.12	Tests auf schwache Stationarität:	86
5.1.3	Schätzung für periodisch korrelierte Prozesse	87
5.1.4	Nachweis von Fractional Browian Motion oder FGN	88
5.1.5	Zum Merken	89
5.2	Kreuzspektralanalyse	89

5.2.1	Analytisches	89
5.2.1.1	Diskret vs. Kontinuierlich Part II	93
5.2.1.2	Filtern	94
5.2.2	Schätzung	97
5.2.2.1	Delay - Schätzung mit Hilberttransformation	99
5.2.3	Graphische Modelle	101
5.3	Bispektrum	104
5.3.1	Bispektrum	106
5.3.2	Kreuzbispektrum	106
6	Parameterschätzung in dynamischen Systemen	107
6.1	Parameterschätzung	107
6.1.1	Maximum Likelihood Schätzer	107
6.1.2	Methods of Moments	110
6.1.3	Ausflug Bayesianismus	110
6.2	ARMA Modelle	111
6.2.1	AR Modelle	111
6.2.2	MA Modelle	113
6.2.3	Innovation-Algorithmus	114
6.2.4	Maximum Likelihood Schätzer	115
6.2.5	ARMA[p,q] Modelle	116
6.2.6	Diskret vs. Kontinuierlich III	117
6.3	Nichtlineare Differenzgleichungen	117
6.3.1	Diskret vs. Kontinuierlich IV	118
6.3.2	Diskret vs. Kontinuierlich V	119
6.4	EM Algorithmus	120
6.5	Zustandsraummodell	124
6.5.1	Gründe fürs ZRM	124
6.5.2	Eichfixierung	126
6.5.3	Diskret vs. Kontinuierlich Part VI	127
6.5.4	Kalman und Smoothing Filter	128
6.5.4.1	Die Idee des Kalman-Filters	129
6.5.4.2	Beweis des Algorithmus	130
6.5.4.3	Zusammenfassung und Bemerkungen	131
6.5.4.4	Das Glättungsfilter	133
6.5.5	Parameterschätzung im Zustandsraummodell	134
6.5.5.1	EM - Algorithmus	135
6.5.5.2	Nichtlineare ZRMs & Extended Kalman Filter	138

6.5.5.3	Unscented filtering	138
6.5.5.4	Joined Approach	139
6.5.5.5	Markov Chain Monte Carlo (MCMC) Methoden	139
6.5.5.6	Zustandsraummodell als Trendschätzer	140
6.6	Markov Prozesse	141
6.6.1	Motivation, Definition, Eigenschaften	141
6.6.1.1	Stationäre Dichte	143
6.6.1.2	Aggregierte Markov Prozesse	144
6.6.1.3	Topologie eines Markovprozesses	144
6.6.1.4	Diskret vs. kontinuierlich VII	145
6.6.2	Parameterschätzung in (nicht aggregierten) Markov Modellen	145
6.6.3	Identifizierbarkeit	146
6.6.3.1	Modellidentifizierbarkeit	146
6.6.3.2	Parameteridentifizierbarkeit	150
6.6.4	Likelihood Ratio Tests	155
6.6.4.1	Wald-Test	158
6.6.4.2	Lagrange Multiplier-Test	159
6.6.4.3	Nicht-Standard Testsituationen	159
6.6.4.4	Nicht geschachtelte Modelle	161
6.6.4.5	Ein Beispiel: Test auf detailed balance	161
6.7	Hidden Markov Modell	163
6.7.1	EM Algorithmus im HMM, Baum-Welsh-Algorithmus	164
6.7.2	Viterbi Algorithmus	169
6.7.3	HMM Erweiterungen	171
6.8	Stochastische Differentialgleichungen	174
6.8.1	Diskret vs. kontinuierlich Teil VIII	177
6.8.2	Maximum likelihood Schätzung von Parametern in SDEs	178
6.8.3	Quasi Maximum Likelihood Schätzer	179
6.8.4	Diskret vs. Kontinuierlich Part IX	182
6.9	Deterministische Systeme	182
6.9.1	Parametrische Methoden	183
6.9.1.1	Regressionsansatz	183
6.9.1.2	Anfangswertansatz	185
6.9.1.3	Bocks multiple shooting Algorithmus	186
6.9.1.4	Anomale Fehlerkonvergenz bei deterministischen Systemen	188

6.9.1.5	Schätzung der Varianz des Beobachtungsrauschens	193
6.9.1.6	Identifizierbarkeit	194
6.9.1.7	Optimale Versuchsplanung	195
6.9.1.8	Gag am Rande: Universal ODEs	195
6.9.1.9	A worked example	195
6.9.2	Nichtparametrische Methoden	197
6.9.2.1	Kernschätzer und Lokal polynomiale Modelle	197
6.9.2.2	Optimale Transformationen	199
6.9.2.3	Anwendungen	204
7	Punktprozesse	205
7.1	Shot noise	209
8	Modellselektion	215
8.1	Akaike Information Criterion (AIC)	217
8.2	Bayes'sches Information Criterion (BIC)	218
8.3	Minimum Description Length (MDL)	219
8.4	Mallows' C_p	219
8.5	Final Prediction Error (FPE)	220
9	Methoden der Nichtlinearen Dynamik	223
10	Prozesse der Finanzmathematik	225
11	Wavelets	227
12	Neuronale Netze	229
12.1	Ein bißchen Neurobiologie	229
12.2	Hopfield	230
12.3	Back-Propagation	230
12.4	Clustering	230
12.5	Kohonen	231
12.6	Reinforcement learning	231
13	Jobs, careers, the future and all that	233